

一种四旋翼无人飞行器的反演鲁棒滑模控制

宋召青¹, 刘晓², 王亭¹

(海军航空工程学院: 1. 七系; 2. 研究生管理大队 山东 烟台 264001)

摘要: 四旋翼无人飞行器具有非线性、多变量、强耦合和不确定性等特点,通过以四旋翼无人飞行器作为研究对象,建立了存在参数不确定性、模型不确定性和未知干扰的飞行器的动力学模型。采用反演方法设计,并构造了滑模面及李雅普诺夫函数,并导出了控制律。对所设计的控制律进行仿真,结果表明该方法的有效性。

关键词: 四旋翼无人飞行器; 反演; 滑模; 鲁棒控制

0 引言

四旋翼无人飞行器是一种典型的 6 输出、4 输入的欠驱动系统,具有多变量、非线性、强耦合的特点。除了以上的特性之外,四旋翼无人飞行器还具有不确定性特点,需要对系统进行实时控制才能保证系统稳定的飞行。正是由于这种存在的广泛的不确定性,使得提高控制精度仍是学术界的难点。

近年来,许多学者尝试采用线性化模型以及选取特定工作点来进行控制,但此类方法具有一定的局限性,不能适应复杂多变的状况。PID^[2-5]控制由于忽略了模型的非线性因素,导致模型的精度较差,影响了控制的精度。DI^[6]控制,在受到干扰时,控制效果不理想。文章[7]通过线性化处理得到准 LPV(Linear Parameter Varying)动力学模型,设计了 H_{∞} 回路成型控制器,该控制器抗干扰能力较强,鲁棒性较好。因此研究人员采用现代控制理论来对四旋翼无人飞行器进行控制,如文章[8][9]通过设计非线性自适应控制器的方法,来解决参数不确定性的问题;文章[10][11]采用鲁棒控制来提高系统的抗干扰能力。本文将参数的不确定性、系统建模不确定性及外部干扰等因素等价于有界的外部干扰,针对标称模型和总的不确定性,采用反演方法设计滑模面,通过构造了李雅普诺夫函数来导出控制律,仿真验证了该方法的有效性。

1 数学模型

在建立数学模型之前必须做出合理的假定:

- 1) 飞行器为刚体,且均匀对称;
- 2) 机体质心与坐标系的原点重合;
- 3) 螺旋桨为刚性的。

在这些假设条件下,可以建立飞行器的动力学模型。首先,根据地面坐标系和机体坐标系转换,得到飞行器的角速度关系:

$$\begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \sin\phi \tan\theta & \cos\phi \tan\theta \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \frac{\sin\phi}{\cos\theta} & \frac{\cos\phi}{\cos\theta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \quad (1)$$

在小角度的情况下,做出以下代换:

$$\begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \quad (2)$$

根据动量矩定理,可以得到飞行器绕质心运动的动力学方程

$$\begin{cases} J_x \ddot{\phi} = \dot{\theta} \dot{\psi} (J_y - J_z) - J_r \dot{\theta} \dot{\Omega}_r + M_x \\ J_y \ddot{\theta} = \dot{\phi} \dot{\psi} (J_z - J_x) - J_r \dot{\phi} \dot{\Omega}_r + M_y \\ J_z \ddot{\psi} = \dot{\phi} \dot{\theta} (J_x - J_y) + M_z \end{cases} \quad (3)$$

其中 $(p \ q \ r)$ 为飞行器在机体坐标系中的角速度, $(\phi \ \theta \ \psi)$ 为飞行器的姿态角, $(J_x \ J_y \ J_z)$ 为飞行器 z 在机体坐标系中的 3 个轴转动惯量, J_r 为电机和旋翼的总转动惯量, $(M_x \ M_y \ M_z)$ 为飞行器的动力力矩; 其中 $\Omega_r = \Omega_1 - \Omega_2 + \Omega_3 - \Omega_4$ 可表示为总转速;

四旋翼无人飞行器的动力力矩为:

$$\begin{cases} M_x = l(F_4 - F_2) \\ M_y = l(F_1 - F_3) \\ M_z = d(F_1 - F_2 + F_3 - F_4) \end{cases} \quad (4)$$

其中 $(F_1 \ F_2 \ F_3 \ F_4)$ 为四个旋翼的升力, l 为旋翼中心到质心的距离, d 为扭转比例系数。

取 c 代表余弦三角函数 \cos , s 代表正弦三角函数 \sin 。根据坐标系变换, 得到由机体坐标系到地面坐标系的转换矩阵:

$$R = \begin{bmatrix} c\theta c\varphi & -c\phi s\varphi + s\phi s\theta c\varphi & s\phi s\varphi + c\phi s\theta c\varphi \\ c\theta s\varphi & c\phi c\varphi + s\phi s\theta s\varphi & -s\phi c\varphi + c\phi s\theta s\varphi \\ -s\theta & s\phi c\theta & c\phi c\theta \end{bmatrix}$$

在地面坐标系当中, 根据牛顿力学定律, 由 $F = ma$ 可以

得到:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = (c\phi c\varphi s\theta + s\phi s\varphi) \sum_{i=1}^4 F_i - k_{f1} \dot{x} \\ m\ddot{y} = (c\phi s\theta s\varphi - s\phi c\varphi) \sum_{i=1}^4 F_i - k_{f2} \dot{y} \\ m\ddot{z} = (c\phi c\theta) \sum_{i=1}^4 F_i - mg - k_{f3} \dot{z} \end{cases} \quad (5)$$

设置飞行器状态变量如下

$$\begin{aligned} x &= [\phi, \dot{\phi}, \theta, \dot{\theta}, \varphi, \dot{\varphi}, z, \dot{z}, x, \dot{x}, y, \dot{y}] \\ &= [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}] \end{aligned}$$

飞行器四个控制输入量分别为: $[U_1 \ U_2 \ U_3 \ U_4] = [M_x \ M_y \ M_z \ \sum_{i=1}^4 F_i]$

由于系统存在着不确定性: 包含参数不确定性、未建模动态和外界干扰不确定性, 可以将原来的系统模型写为标称模型和总不确定性的形式:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = A_1 x_4 x_6 - L_1 x_4 + B_1 U_1 + F_1 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = A_2 x_2 x_6 - L_2 x_2 + B_2 U_2 + F_2 \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = A_3 x_2 x_4 + B_3 U_3 + F_3 \\ \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = -\frac{1}{m}(k_{f1} x_8 - mg - B_4 U_4) + F_4 \\ \dot{x}_9 = x_{10} \\ \dot{x}_{10} = -\frac{1}{m}(k_{f2} x_{10} - B_5 U_4) + F_5 \\ \dot{x}_{11} = x_{12} \\ \dot{x}_{12} = -\frac{1}{m}(k_{f3} x_{12} - B_6 U_4) + F_6 \end{cases} \quad (6)$$

以下为飞行器系统参数；其中 k_{f1}, k_{f2}, k_{f3} 为空气阻力系数。

$$\begin{cases} A_1 = \frac{J_y - J_z}{J_x}, A_2 = \frac{J_z - J_x}{J_y}, A_3 = \frac{J_x - J_y}{J_z} \\ L_1 = \frac{J_r \Omega_r}{J_x}, L_2 = \frac{J_r \Omega_r}{J_y} \\ B_1 = \frac{1}{J_x}, B_2 = \frac{1}{J_y}, B_3 = \frac{1}{J_z} \\ B_4 = c x_1 c x_3 \\ B_5 = c x_1 s x_3 c x_5 + s x_1 s x_5 \\ B_6 = c x_1 s x_3 s x_5 - s x_1 c x_5 \end{cases}$$

定义如下表达式为其总的 uncertainty，其 uncertainty 是有界的；其中， Δ 用来表示标称模型和真实模型的摄动部分。

$$\begin{cases} F_1 = \Delta A_1 x_4 x_6 - \Delta L_1 x_4 + \Delta B_1 U_1 + \Delta_1 \\ F_2 = \Delta A_2 x_2 x_6 - \Delta L_2 x_2 + \Delta B_2 U_2 + \Delta_2 \\ F_3 = \Delta A_3 x_2 x_4 + \Delta B_3 U_3 + \Delta_3 \\ F_4 = -\Delta k_{f1} x_8 + \Delta B_4 U_4 + \Delta_4 \\ F_5 = -\Delta k_{f2} x_{10} + \Delta B_5 U_4 + \Delta_5 \\ F_6 = -\Delta k_{f3} x_{12} + \Delta B_6 U_4 + \Delta_6 \\ |F_i| \leq \bar{F}, i = 1, 2, \dots, 6 \end{cases}$$

2 控制律设计

2.1 内环姿态控制

姿态控制取具有代表性的四旋翼无人飞行器的滚转角作为控制目标，进行控制律设计，设置滚转角指令信号 x_{1d} ，控制律的设计步骤分为以下两部分。

设置飞行器滚转角跟踪误差 $z_1 = x_1 - x_{1d}$ 为新状态变量，则 $\dot{z}_1 = x_2 - \dot{x}_{1d}$ ，构造 Lyapunov 函数：

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^2 \quad (7)$$

则 $\dot{V}_1 = z_1 \dot{z}_1 = z_1(x_2 - \dot{x}_{1d})$, 为使跟踪误差状态收敛, 取虚拟控制 $x_2^v = -c_1 z_1 + \dot{x}_{1d}$, 设置状态变量 $z_2 = x_2 - x_2^v$, 目标是在实际控制量的控制下, 状态 x_2 能够有效地逼近 x_2^v , 从而达到预期控制效果, 此时可以得到 $x_2 = z_2 + \dot{x}_{1d} - c_1 z_1$, 将其代入公式(7)可以得到: $\dot{V}_1 = z_1 z_2 - c_1 z_1^2, c_1 > 0$ 。

定义滑模面:

$$S_1 = k_1 z_1 + z_2, k_1 > 0 \quad (8)$$

将 $\dot{z}_1 = z_2 - c_1 z_1$ 代入 (8) 可以得到:

$$S_1 = k_1 z_1 + z_2 = (k_1 + c_1) z_1 + \dot{z}_1, \text{ 由于}$$

$k_1 + c_1 > 0$, 如果 $S_1 = 0$, 则得到 $z_1 = 0, z_2 = 0, \dot{V}_1 \leq 0$ 。为此需要进行下一步设计。

构造 Lyapunov 函数:

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} S_1^2 \quad (9)$$

则可以得到:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + S_1 \dot{S}_1 = z_1 z_2 - c_1 z_1^2 + S_1 \dot{S}_1 \\ &= z_1 z_2 - c_1 z_1^2 + S_1 (k_1 \dot{z}_1 + \dot{z}_2) \\ &= z_1 z_2 - c_1 z_1^2 + S_1 [k_1 (z_2 - c_1 z_1) + \dot{x}_2 - \ddot{x}_{1d} + c_1 \dot{z}_1] \\ &= z_1 z_2 - c_1 z_1^2 + S_1 [k_1 (z_2 - c_1 z_1) \\ &\quad + A x_4 x_6 - L_1 x_4 + B_1 U_1 + F_1 - \ddot{x}_{1d} + c_1 \dot{z}_1] \end{aligned}$$

为实现系统的误差状态收敛, 设计控制律:

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{1}{B_1} [-k_1 (z_2 - c_1 z_1) - A x_4 x_6 + L_1 x_4 \\ &\quad - \bar{F}_1 \operatorname{sgn}(S_1) + \ddot{x}_{1d} - c_1 \dot{z}_1 - h(S_1 + \beta(S_1))] \end{aligned} \quad (10)$$

其中, h 和 β 为正的常数。

将 (10) 代入上式得:

$\dot{V}_2 = z_1 z_2 - c_1 z_1^2 - h S_1^2 - h \beta |S_1| + F_1 S_1 - \bar{F} |S_1|$ 为验证 Lyapunov 函数对时间导数的特性, 取矩阵:

$$\leq z_1 z_2 - c_1 z_1^2 - h S_1^2 - h \beta |S_1|$$

$$Q = \begin{pmatrix} c_1 + h k_1^2 & h k_1 - \frac{1}{2} \\ h k_1 - \frac{1}{2} & h \end{pmatrix} \quad (11)$$

由此可以得到:

$$\begin{aligned} Z^T Q Z &= [z_1 \quad z_2] \begin{pmatrix} c_1 + h k_1^2 & h k_1 - \frac{1}{2} \\ h k_1 - \frac{1}{2} & h \end{pmatrix} [z_1 \quad z_2]^T \\ &= c_1 z_1^2 - z_1 z_2 + h k_1^2 z_1^2 + 2 h k_1 z_1 z_2 + h z_2^2 \\ &= c_1 z_1^2 - z_1 z_2 + h S_1^2 \end{aligned} \quad (12)$$

此时可以得到:

$$\dot{V}_2 \leq -Z^T Q Z - h\beta |S_1| \quad (13)$$

此时, 只需保证 Q 正定, 即能得到: $\dot{V}_2 < 0$, 因此可以调节 h, c_1, k_1 使得矩阵 $|Q| > 0$, 保证 Q 为正定矩阵。

以上证明可以通过调节参数, 使得在所设计的控制律下, 使得系统能够有效跟踪指令信号。用同样的方法取:

$$\begin{cases} z_3 = x_3 - x_{3d}, z_4 = x_4 - \dot{x}_{3d} + c_1 z_3 \\ S_2 = k_1 z_3 + z_4 \\ z_5 = x_5 - x_{5d}, z_6 = x_6 - \dot{x}_{5d} + c_1 z_5 \\ S_3 = k_1 z_5 + z_6 \end{cases}$$

可以得到俯仰角、偏航角的控制律:

$$\begin{cases} U_2 = \frac{1}{B_2} [-k_1(z_4 - c_1 z_3) - A_1 x_2 x_6 + L_2 x_2 \\ -\bar{F}_2 \operatorname{sgn}(S_2) + \ddot{x}_{3d} - c_1 \dot{z}_3 - h(S_2 + \beta(S_2))] \\ U_3 = \frac{1}{B_3} [-k_1(z_6 - c_1 z_5) - A_3 x_2 x_4 \\ -\bar{F}_3 \operatorname{sgn}(S_3) + \ddot{x}_{5d} - c_1 \dot{z}_5 - h(S_3 + \beta(S_3))] \end{cases} \quad (14)$$

2.2 外环位置控制

设置飞行器高度跟踪误差状态如下: $z_7 = x_7 - x_{7d}$ 则得到 $\dot{z}_7 = x_8 - \dot{x}_{7d}$

构造 Lyapunov 函数 $V_7 = \frac{1}{2} z_7^2$

则可以得到:

$$\dot{V}_7 = z_7 \dot{z}_7 = z_7 (x_8 - \dot{x}_{7d}) \quad (15)$$

为使高度跟踪误差收敛, 取虚拟控制 $x_8^v = -c_1 z_7 + \dot{x}_{7d}$, 定义状态变量 $z_8 = x_8 - x_8^v$, 由此可以得到:

$x_8 = z_8 + \dot{x}_{7d} - c_1 z_7$, 代入 (13) 得到:

$$\dot{V}_7 = z_7 z_8 - c_1 z_7^2 \quad (16)$$

定义滑模函数:

$$S_4 = k_1 z_7 + z_8, k_1 > 0 \quad (17)$$

由于 $\dot{z}_7 = z_8 - c_1 z_7$, 代入上式可得到:

$$S_4 = k_1 z_7 + z_8 = (k_1 + c_1) z_7 + \dot{z}_7$$

为使得 $S_4 = 0$, 此时得到 $z_7 = 0, z_8 = 0, \dot{V}_7 \leq 0$, 需进一步设计。

进一步构造 Lyapunov 函数:

$$V_8 = V_7 + \frac{1}{2} S_4^2 \quad (18)$$

由此可以得到:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_8 &= \dot{V}_7 + S_4 \dot{S}_4 = z_7 z_8 - c_1 z_7^2 + S_4 \dot{S}_4 \\
 &= z_7 z_8 - c_1 z_7^2 + S_4 (k_1 \dot{z}_7 + \dot{z}_8) \\
 &= z_7 z_8 - c_1 z_7^2 + S_4 [k_1 (z_8 - c_1 z_7) + \dot{x}_8 - \ddot{x}_{7d} + c_1 \dot{z}_7] \\
 &= z_7 z_8 - c_1 z_7^2 + S_4 [k_1 (z_8 - c_1 z_7) - \frac{1}{m} k_{f1} x_8 \\
 &\quad + g + \frac{1}{m} B_4 U_4 + F_4 - \ddot{x}_{7d} + c_1 \dot{z}_7]
 \end{aligned}$$

此时，设计飞行器高度控制律如下：

$$\begin{aligned}
 U_4 &= \frac{m}{B_4} [-k_1 (z_8 - c_1 z_7) + \frac{1}{m} k_{f1} x_8 - g \\
 &\quad - \bar{F}_4 \operatorname{sgn}(S_4) + \ddot{x}_{7d} - c_1 \dot{z}_7 - h(S_4 + \beta(S_4))]
 \end{aligned} \tag{19}$$

代入上式得到：

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_8 &= z_7 z_8 - c_1 z_7^2 - h S_4^2 - h \beta |S_4| + F_4 S_4 - \bar{F} |S_4| \\
 &\leq z_7 z_8 - c_1 z_7^2 - h S_4^2 - h \beta |S_4|
 \end{aligned} \tag{20}$$

用上述同样的方法，通过调节 h, c_1, k_1 的值可以使得 $\dot{V}_8 \leq 0$ ，即通过所设计的控制律，使得高度有效跟踪期望值。

为使水平方向运动（前后、左右）得到有效控制，可以定义虚拟控制：

$$\begin{cases} U_x = B_5 = c x_1 s x_3 c x_5 + s x_1 s x_5 \\ U_y = B_6 = c x_1 s x_3 s x_5 - s x_1 c x_5 \end{cases} \tag{21}$$

定义水平位置跟踪误差状态变量及滑模函数如下：

$$\begin{cases} z_9 = x_9 - x_{9d}, z_{10} = x_{10} - \dot{x}_{9d} + c_1 z_9 \\ S_5 = k_1 z_9 + z_{10} \\ z_{11} = x_{11} - x_{11d}, z_{12} = x_{12} - \dot{x}_{11d} + c_1 z_{11} \\ S_6 = k_1 z_{11} + z_{12} \end{cases}$$

用同样的控制律设计方法，可得到使得水平方向虚拟控制律如下：

$$\begin{cases} U_x = \frac{m}{U_4} [-k_1 (z_{10} - c_1 z_9) + \frac{1}{m} k_{f2} x_{10} \\ \quad + \bar{F}_5 \operatorname{sgn}(S_5) - h(S_5 + \beta(S_5)) + \dot{x}_{9d} - c_1 \dot{z}_9] \\ U_y = \frac{m}{U_4} [-k_1 (z_{12} - c_1 z_{11}) + \frac{1}{m} k_{f2} x_{12} \\ \quad + \bar{F}_6 \operatorname{sgn}(S_6) - h(S_6 + \beta(S_6)) + \dot{x}_{11d} - c_1 \dot{z}_{11}] \end{cases} \tag{22}$$

3 仿真结果及分析

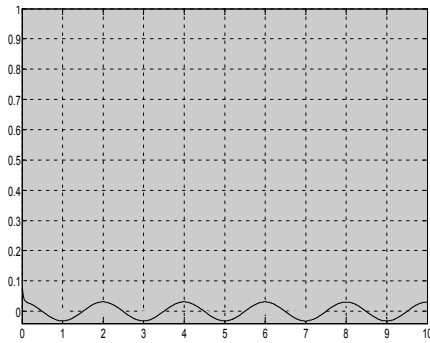
为了对所设计的控制律进行仿真验证，取某型四旋翼系统模型参数^[12]如下表所示：

系统模型和外界干扰的总不确定性取 $F_i(t) = -3 \sin(0.1t)$ 表示，姿态角初始值 $[\phi_0 \ \theta_0 \ \varphi_0] = [0.3 \ 0.1 \ -0.3] / \text{rad}$ ，姿态期望信号 $x_d = \sin(\pi t)$ ，位置坐标初始值 $(0 \ 0 \ 0)$ ，位置期望坐标 $(10 \ 10 \ 10)$ ，仿真参数不确定上界 $\bar{F} = 3.0, c_1 = 10$

表 1 某四旋翼模型系统参数

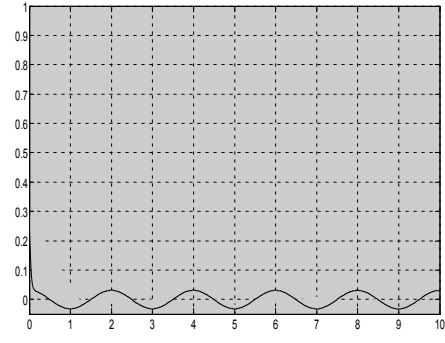
项目	数值	单位
m	0.75	kg
l	0.25	m
J_x	$19.668 \times e$	$kg \cdot m^2$
J_y	$19.681 \times e$	$kg \cdot m^2$
J_z	$3.938 \times e^{-}$	$kg \cdot m^2$
J_r	$6.0 \times e^{-5}$	$kg \cdot m^2$
$k_{\beta}, i = 1, 2,$	0.01	$N \cdot m / s$

$k_1 = 20, h = 20$ 。仿真结果如下图所示：



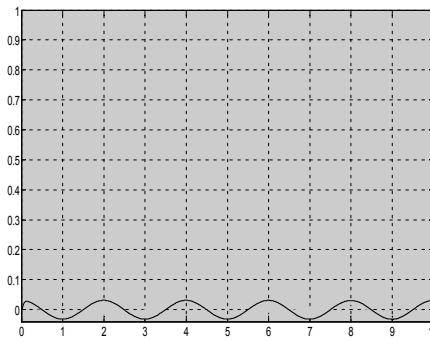
时间(S)

图(1) 滚转角跟踪误差图



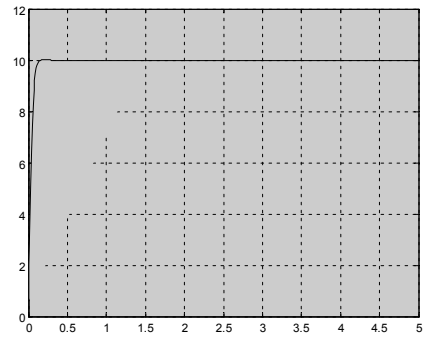
时间(S)

(2) 俯仰角跟踪误差



时间(S)

图(3) 偏航角跟踪误差图



时间(S)

(4) 高度跟踪

通过仿真结果图(1)、图(2)、图(3)可以看出：基于不同的姿态角初始值，滚转角、俯仰角、偏航角的跟踪误差始终保持在较小的范围内。飞行器高度也能够快速的、有效的跟踪所设置的期望值，体现出了良好的控制效果。此外，通过误差变化，也反映出了跟踪正弦信号的特点，在姿态缓慢变化时，其控制的精度较高。因此，对于飞行姿态变化缓慢、机动性要求不高的旋翼飞行器来说，误差的范围是可以接受的。

4 结束语

本文以四旋翼无人飞行器作为研究对象,建立了包含参数不确定性和模型不确定性及外界干扰不确定性的飞行器的动力学模型,并根据被控对象的标称模型和总的不确定程度来设计控制律,将系统总的不确定程度等价有界的外界干扰,针对外界干扰,采用了反演的方法,设计了滑模面,并构造了 Lyapunov 函数,设计控制律以保证误差状态收敛,实现系统的全局渐进稳定。针对滑模控制对外界干扰不变性的优点,使得所设计的控制系统,能够对各类不确定性具有较强的容错能力,提高了系统的抗干扰能力。但是滑模控制也有它本身的缺点,作为一种不连续的控制方法,滑模控制需要不断进行逻辑切换,使系统运动在滑模面上,这就导致了抖振现象的产生。抖振现象能破坏系统的性能,容易激发系统中未建模的高频特性,同时增加了系统控制能量。常规的方法是采用准滑动模态方法、趋近律方法、滤波方法等。但以牺牲相应的控制性能为代价。因此,在保证控制精度的前提下,如何降低抖振现象是进行滑模控制面临的难题。

参考文献:

- [1] 吴汉平, 邵国培. 无人机系统导论[M]. 北京: 电子工业出版社. 2003: 1-10.
- [2] 李俊, 李运堂. 四旋翼飞行器的动力学建模及 PID 控制[J]. 辽宁工程技术大学学报. 31(1). 2012. 2.
- [3] 刘志军, 吕强, 王东来. 小型四旋翼直升机的建模与仿真控制[J]. 计算机仿真. 27(7). 2010. 7.
- [4] 吴成富, 刘小齐, 袁旭. 四旋翼无人机建模及 PID 控制律设计[J]. 电子工程设计. 20(16). 2012. 8.
- [5] 宿敬亚, 樊鹏辉, 蔡开元. 四旋翼飞行器的非线性 PID 姿态控制[J]. 北京航空航天大学学报. 37(9). 2011. 9.
- [6] 陈平, 罗晶. 四旋翼直升机建模及 H_∞ 回路成型控制器设计[J]. 南京理工大学报. 2009. (33). 80-87.
- [7] 单海燕. DI / QFT 控制器在四旋翼无人直升机飞行控制中的应用[J]. 电光与控制. 15(12). 2008. 12.
- [8] Ivana Palunko, Rafael Fierro. Adaptive Control of a Quad-rotor with Dynamic Changes in the Center of Gravity [J]. the 18th' IFAC' World Congress Milano, 8.28-9.2, 2011.
- [9] Zheng Fang, Weinan Gao. Adaptive backstepping control of indoor micro-quadrotor [J]. Engineering and Technology 4(21). 4216-4226, 2012.
- [10] Tae. young Lee, Melvin Leoky, N. Harris Mc. Clamroch. Nonlinear Robust Tracking Control of a Quad-rotor [J]. American Control Conference Fairmont Queen Elizabeth, Canada. 2012. 6.
- [11] 白永强, 刘昊, 石宗英, 钟宜生. 四旋翼无人直升机鲁棒飞行控制[J]. 机器人. 34(5) 2012. 9.
- [12] 吴桐, 赵健康, 杨磊. 四旋翼无人机的模型和系统辨识[J], 计算机仿真. 29(8) 2011. 4.
- [13] 甄红涛, 齐晓慧, 夏明旗, 赵红瑞. 四旋翼无人直升机飞行控制技术综述[J]. 飞行力学, 30(4), 2012. 8.
- [14] 王璐, 李光春, 王兆龙, 焦斌. 欠驱动四旋翼无人飞行器的滑模控制[J]. 哈尔滨工程大学学报. 33(10). 2012. 10.