基于环境因子的飞机液压导管寿命分析

张仅，周瑞祥，尚柏林，张忠

（空军工程大学航空航天工程学院，陕西西安，710038）

摘要：从外场的数据分析得知，某型飞机液压系统的故障主要是由飞机液压导管故障引起的。在众多引发液压导管的故障因子中，环境因子起着非直接但又不可忽略的影响。通过半参数分析法，对两种环境下飞机液压导管故障率进行比对，获得不同环境下飞机液压导管故障率的定量比较，为改善日常飞机液压系统维护提供有效判断依据。

关键词：液压导管；半参数分析法；环境因子

1. 引言

现代航空技术的迅猛发展，飞机在速度和载重方面都有了很大的提高，以液压系统为操纵动力的飞机控制系统显得尤为重要。液压系统的可靠性对于飞机的可靠性来说是至关重要的。飞机大量日常工作也都围绕飞机液压系统的功能、性能的检查展开。研究表明决定飞机液压系统可靠性的外部因素主要包含：机械作用、气候（环境）作用以及由于执行机构移动产生的载荷作用。其中环境因素对飞机液压系统的寿命起着非直接，但又不可忽略的影响。通过从外场得到的数据来看，某型飞机液压系统的故障主要是由飞机液压导管故障引起的。本文选取来自两个不同地点的某型飞机液压导管的故障数据，采用含协变量的半参数分析方法，建立比例危险模型，对不同环境因子下某型飞机的液压导管故障率进行了对比分析和计算。从而对不同地区飞机液压系统的日常可靠性维护提供有力支持。

在飞机液压系统的可靠性生存分析中，往往需要确定液压系统寿命与某些主要伴随变量（协变量）之间的关系，即考虑液压系统故障率是如何依赖于各种自身或外界条件（协变量）的。考察这种关系的方法之一就是建立回归模型，在回归中使液压系统的寿命分布依赖于某些伴随变量，这种方法称为半参数生存分析法。半参数法较非参数法有较强的实际背景。同时又较参数法有更强的稳健性。因而本文采用含协变量的半参数分析法，以单一环境因子为变量对某型飞机液压系统中液压导管的故障率进行生存对比分析。

2. 模型的建立

比例危险模型是一种重要的半参数模型，其在可靠性生存分析领域已经得到了广泛的应用。比例危险模型采用偏似然估计原理巧妙地回避了求基准风险函数的困难，能够直接估计出回归系数。同时又能允许删失数据的存在，并可分析个因素对生存时间的影响。引入了时间变量，更多地利用资料的信息，模型具有很大的灵活性[1]。

（1）模型的定义[2]

令 n 代表所收集的样本容量，样本中包括三个变量 T_j，δ_j，$Z_j(t)$ (j=1,2,⋯,n)。其中 T_j 表示对第 j 个个体的研究时间，δ_j 是事件标识变量（即如果液压管路发生故障，则δ_j=1；如果其寿命为右删失（该时刻未发生故障），则δ_j=0），当协变量不随时间改变时，有 $Z_j(t)=Z_j=(Z_{j1},\cdots,Z_{jp})'$ 表示第 j 个个体在时间 t 时的协变量向量或风险因素。p 表示所需考虑的影响因子个数。

令 $h(t|Z)$表示具有危险向量 Z 的个体在时间 t 时的危险率。则基本模型定义如下：

$$h(t\,|\,Z)=h_0(t)c(\beta'Z) \quad (1)$$

这个模型是由 *Cox* 于 1972 年提出的，其中 $h_0(t)$是一个任意的基准危险率，$\beta=(\beta_1,\cdots,\beta_p)'$是参数向量，$c(\beta'Z)$为已知函数。表达式 $h(t\,|\,Z)=h_0(t)c(\beta'Z)$ 之所以被称为半参数模型，是因为它含有协变量效应，因

而有参数形式，而基准危险率被当做是非参数形式的。因 $h(t|Z)$必须为正，故 $c(\beta'Z)$的一个常见模型为：

$$c(\beta'Z)=\exp(\beta'Z)=\exp(\sum_{k=1}^{p}\beta_k Z_k)\quad(2)$$

这样

$$h(t|Z)=h_0(t)c(\beta'Z)=h_0(t)\exp(\sum_{k=1}^{p}\beta_k Z_k)\quad(3)$$

（2）参数的估计与检验[2]

为了估计β，*Cox* 提出了如下“偏似然函数”：

$$L(\beta)=\prod_{i=1}^{D}\frac{\exp[\sum_{k=1}^{p}\beta_k Z_{(i)k}]}{\sum_{j\in R_i}\exp[\sum_{k=1}^{p}\beta_k Z_{(j)k}]}，\quad(4)$$

其中 $D_i=\{i:\delta_i=1$ 且 $t_i=t_{(i)}\}$，$R(t_i)$表示在 t_i 之前仍处在研究过程中的所有个体（未失效）的集合。可以证明，在样本量充分大时，估计值与真值相差可以任意小[3]。

在实际应用中判断两组飞机液压导管寿命分布是否一样：设 $h_1(t)$，$h_2(t)$是两个生存函数，其协变量的值分别为 Z 和 Z^*，检验如下假设：

$$H_0:h_1(t)\equiv h_2(t).$$

考虑如式（3）给定的模型，其危险率之比为：

$$\frac{h(t|Z)}{h(t|Z^*)}=\frac{h_0(t)\exp[\sum_{k=1}^{p}\beta_k Z_k]}{h_0(t)\exp[\sum_{k=1}^{p}\beta_k Z_k^*]}=\exp[\sum_{k=1}^{p}\beta_k(Z_k-Z_k^*)]\quad(5)$$

从而得：假设$\hat{H}_0$: β=0。

令 $LL(\beta)=\ln[L(\beta)]$，由式（4）得：

$$LL(\beta)=\sum_{i=1}^{D}\sum_{k=1}^{p}\beta_k Z_{(i)k}-\sum_{i=1}^{D}\ln[\sum_{j\in R(t_i)}\exp(\sum_{k=1}^{p}\beta_k Z_{jk})]\quad(6)$$

再通过求式（6）关于β的偏导，就能得到如下得分函数：

$$U(\beta)=\sum_{i=1}^{D}Z_{(i)h}-\sum_{i=1}^{D}\frac{\sum_{j\in R(t_i)}Z_{jh}\exp(\sum_{k=1}^{p}\beta_k Z_{jk})}{\sum_{j\in R(t_i)}\exp(\sum_{k=1}^{p}\beta_k Z_{jk})}\quad(7)$$

信息矩阵中的第(g,h)元素满足：

$$I_{gh}(\beta)=\sum_{i=1}^{D}\frac{\sum_{j\in R(t_i)}Z_{jg}Z_{jh}\exp(\sum_{k=1}^{p}\beta_k Z_{jk})}{\sum_{j\in R(t_i)}\exp(\sum_{k=1}^{p}\beta_k Z_{jk})}-\sum_{i=1}^{D}[\frac{\sum_{j\in R(t_i)}Z_{jg}\exp(\sum_{k=1}^{p}\beta_k Z_{jk})}{\sum_{j\in R(t_i)}\exp(\sum_{k=1}^{p}\beta_k Z_{jk})}][\frac{\sum_{j\in R(t_i)}Z_{jh}\exp(\sum_{k=1}^{p}\beta_k Z_{jk})}{\sum_{j\in R(t_i)}\exp(\sum_{k=1}^{p}\beta_k Z_{jk})}] \quad (8)$$

利用有效得分 $U(\beta)=(U_1(\beta), \ldots,U_1(\beta))'$，对于大样本情况，当 H_0 为真时，$U(\beta)$服从均值为 0，协方差为矩阵是 $I(\beta)$的 p 元正态分布。

3. 实例计算

（1）数据收集

某型飞机布署在 A、B 两个地区，A 地区属于温暖内陆地区，B 地区属于沿海地区。A 地区采集到的样本容量为 41 个，其中有 4 个样本未发生失效；B 地区采集到的样本容量同样为 41 个，其中有 5 个样本未发生失效（见表 1）。表中 A 为温暖内陆地区，B 为沿海地区，数据中带“＋”表示此数据是右删失数据。

表 1 在两种不同环境下某型飞机液压导管的故障数据（小时）

A：10, 40, 50, 60⁺, 90, 160, 160, 170, 210⁺, 220, 280, 300, 390, 450,
460, 580, 610, 620, 630, 640, 650, 660, 660, 680⁺, 690, 710, 710, 720,
730, 730, 750, 760, 830, 840, 850, 870, 890, 890⁺, 900, 930, 930
B：10, 10, 10, 10, 20, 20, 20, 30, 30⁺, 30, 30, 30, 40, 40, 50, 60,
70, 90, 100, 120, 120, 240, 260⁺, 270, 280, 280, 280⁺, 290, 290, 380,
450, 520, 520, 520, 690, 720⁺, 730, 810, 810, 840⁺, 840,

（2）数据分析

根据表 1 所给计算外场收集数据，经过适当圆整预处理，在两种不同环境影响下，对飞机液压导管进行寿命分析，比较两种环境对飞机液压导管寿命的影响。

本文所采用的比例危险模型，其回归结果的偏倚程度随删失比例的增大而增大。样本量为协变量个数的 20~100 倍，定义为中等样本。在中等样本量规模基础上，删失超过 80%则偏倚加剧[1]。由上表可知，此例中样本属于中等样本，又删失数据量足够小，故不存在偏倚加剧的情况[1]，符合比例危险模型分析的准确性，有较高的有效性。

（3）数据计算

设 $S_1(t)$，$S_2(t)$分别代表 A、B 两地飞机液压导管的危险率函数，其协变量（环境因子）的值分别为 Z 和 Z^*，为对比飞机液压导管在不同环境下的危险率，则需做出如下假设：

$$H_0:S_1(t)\equiv S_2(t).$$

由式（3）、（5）得：$\hat{H}_0$: β=0。

为了检验这个假设，由 A 地区中取出 n_1 个个体进行观测，从 B 地区中取出 n_2 个个体进行观测，其中分别存在 4 和 5 个右删失数据。把这两个组合成一个大组，作为模型：

$$h(t \mid Z)=h_0(t)\exp[\sum_{k=1}^{p}\beta_k Z_k]$$

的一个样本，其中若飞机来自 A 地区，令 Z=0，反之为 1。设互异的顺序寿终数据是 $t_{(1)}<\cdots<t_{(\tau)}$，在时刻 $t_{(i)}$ 寿终的个体有 d_i 个，记 $d_i=d_{1i}+d_{2i}$，这 d_{ki} 是 $t_{(i)}$时刻第 k 个总体中寿命的个体数(这里 k=1、2)。记 R_i 是 $t_{(i)}$时刻的风险集，它表示在 t_i 之前仍处在研究过程中的所有个体的集合，记 $n_i=n_{1i}+n_{2i}$，这里 n_{ki} 是 R_i 中属于第 k 个总体的“个体数”。由式（6）得：

$$\ln L(\beta)=r_2\beta-\sum_{i=1}^{\tau}\ln(n_{1i}+n_{2i}e^{\beta}),$$

这里 $r_2=\sum^{\tau} d_{2i}$。于是由式（7）、（8）得：

$$U(\beta)=\frac{\partial \ln L(\beta)}{\partial\beta}=r_2-\sum_{i=1}^{\tau}\frac{n_{2i}e^{\beta}}{n_{1i}+n_{2i}e^{\beta}},$$

$$I(\beta)\approx-\frac{\partial^2 \ln L(\beta)}{\partial\beta^2}=\sum_{i=1}^{\tau}\frac{n_{1i}n_{2i}e^{\beta}}{(n_{1i}+n_{2i}e^{\beta})^2}$$

由于 $U(\beta)$近似服从 $N(\beta,I(\beta))$，于是在 H_0 下。当的值太大时就应该否定$\hat{H}_0$: β=0。

根据表中的数据，可以计算得：r_2=36，$U(0)$=19.5530，$I(0)$=24.7993。即得：$Z=\dfrac{U(0)}{\sqrt{I(0)}}=3.9264$。这里取置信概率为$0.95$，$\chi^2$的分位数是$1.323$，现在 Z=3.9264>1.323。故完全能否定假设:$\beta=0$，即危险率函数不相同，认为在两种不同的环境下对某型飞机液压导管的寿命的影响有显著差别。

利用 *Newton-Raphson* 算法对数据进行三次迭代后得（如下表 2 所示），估计出β的值：

表 2 利用 Newton-Raphson 的迭代计算

m	β_{m-1}	$\ln L(\beta_{m-1})$	$U(\beta_{m-1})$	$I(\beta_{m-1})$	$\beta_m=\beta_{m-1}+\dfrac{U(\beta_{m-1})}{I(\beta_{m-1})}$	$\ln L(\beta_m)$	$\dfrac{\ln L(\beta_m)-\ln L(\beta_{m-1})}{\lvert\ln L(\beta_{m-1})\rvert}$
1	0	-158.4812	20.0530	10.0355	1.9982	-138.9807	0.1230
2	1.9982	-138.9807	0.6421	6.8854	2.0915	-138.9502	0.0002195
3	2.0915	-138.9502	0.0175	6.5037	2.0942	-138.9505	-0.00000239

由表中计算可得β的近似估计为$\beta=2.0942$，对β求以 e 为底的指数函数就能够得出相对风险的估计值 $e^{\beta}=e^{2.0942}=8.1189$。依此我们得出沿海地区某型飞机液压导管的故障率远高于温暖内陆地区液压导管的故障率。

4. 结论

本文基于单因子协变量的半参数生存分析，建立比例危险模型。通过外场数据分析，得出某型飞机在不同环境下液压导管的相对故障率，确定出沿海地区液压导管维护与环境防护相关联的应对策略，有针对性地解决了因腐蚀、盐雾、潮湿等环境下的不利影响对飞机日常维护造成的困难。

参考文献：

[1]. 钱俊. 生存分析中删失数据比例对 Cox 回归模型影响的研究[D].2009.
[2]. 彭非，王伟. 生存分析[M].北京：中国人民大学出版社，2004.
[3]. 陈家鼎. 生存分析与可靠性[M].北京：北京大学出版社，2005.
[4]. 巴史塔，鲁让，扎奥尼珂夫斯基. 飞行器液压系统可靠性[M]. 北京：航空工业出版社，1992.