

# 分布式估计融合最新研究进展

罗双喜

(中国船舶重工集团公司第七一六研究所)

**摘要:** 本文介绍了分布式估计融合的相关概念, 协方差交、椭球交等误差相关性未知条件下的主要融合算法, 重点描述了多源协方差交算法的最优性条件一种可大大降低计算复杂性的二源 CI 算法, 以及 EI 算法等最新研究进展。

**关键词:** 估计融合; 条件相关性; 协方差交; 椭球交

## 0 引言

与集中式融合估计相比, 分布式融合估计在降低通信带宽、分散处理负载和提高系统生存能力等方面具有明显的优势。自美军提出“网络中心战”概念以来, 作为网络中心环境下的信息处理核心技术, 分布式估计融合越来越受到关注, 得到了广泛深入的研究。

自从数据/信息融合概念出现以来, 人们已研制了很多融合系统, 在军事领域取得了巨大的成功。较早期的融合系统面向平台中心战, 以经典的 Kalman 滤波与线性最优融合估计理论为基础, 大多采用相对简单、无反馈的层次分布式融合结构, 遵循同一信息只能被处理一次、信息流不能形成循环等基本原则。其主要原因在于, 在缺乏重复/共用信息处理方法的前提下, 只能采用分层分级的信息处理方式。

然而在现实世界中, 更多、更普遍的是层次关系和对等关系并存的混合式结构。在网络中心战环境下, 各融合节点除接收其下属传感器的测量信息外, 还需引入相邻节点的融合后信息, 以及上级融合节点的态势信息, 且信息流向是动态变化的, 在这种条件下, 如何进行有效的融合处理, 是一个复杂的开放性难题。

因此, 分布式估计融合功能结构与融合模型是网络中心环境下的信息处理核心技术。到目前为止, 新的估计融合理论尚未成熟, 但已得到广泛深入的研究和一定范围的应用。从某种程度上来说, 协方差交 (CI, Covariance Intersection)、椭球交 (EI, Ellipse Intersection) 等融合模型的出现, 信息融合技术的发展促进了“网络中心战”概念的提出, 并反过来又进一步推动融合理论与算法的发展。

本文第二节介绍了误差条件相关性、估计融合的一致性等相关概念, 第三节重点描述了相关性未知条件下的估计融合技术进展, 以及 CI、EI 模型方面的最新研究成果, 第四节给出了典型的分布式估计融合案例分析结果。

## 1 问题描述及相关概念

### 1.1 分布式融合问题描述

考虑  $m$  个传感器或信息源对同一目标状态的估计融合问题。假设同一时刻信息源  $i$  获得的目标状态为  $\hat{x}_i$ , 相应的误差方差矩阵为  $P_i$ , 则融合估计一般是在给定某种融合准则 (最优性准则, 例如均方误差最小, 即融合状态方差矩阵的迹最小) 时如何获得融合状态及其方差矩阵的估计结果。

线性加权是最常用的融合估计方法。因为通常要求融合估计是无偏的, 此时融合模型可描述为:

$$\begin{aligned} & \arg \min_{(K_1, \dots, K_m)} f(P) \\ \text{s.t.} : & \begin{cases} \hat{x} = \sum_{i=1}^m K_i \hat{x}_i \\ \sum_{i=1}^m K_i = I \end{cases} \end{aligned} \quad (2-1)$$

其中, 目标函数  $f(\cdot)$  根据均方误差最小、误差椭球 (体积) 最小等融合准则确定。

当联合状态  $(\hat{x}_1^T, \dots, \hat{x}_m^T)^T$  的方差矩阵  $C = \text{Cov}(\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_m)$  完全已知时<sup>[3]</sup>, 可确定最优的加权系数  $(K_1, \dots, K_m)$ , 从而确定融合估计的状态  $\hat{x}$ 。

对于方差通常情况下, 各信息源至多能提供目标状态的估计误差方差 (对应  $C$  的某个对角块), 而互协方差 (对应  $C$  的非对角块) 是未知的。既有研究表明<sup>[3]</sup>, 理论上可以对互协方差矩阵  $C$  进行估计; 然而这种估计需要每个信息源提供预测方差矩阵等更多的附加信息, 这在大多数应用中是不现实的。于是人们针对完全不知道互协方差的情况, 或者附加某些基于先验信息获得的约束条件, 研究了各种各样的分布式估计融合模型/算法。

## 1.2 其他相关概念

### (1) 误差的相关性

对于任何两个局部节点对同一目标的状态估计  $\hat{x}_i(k)$  和  $\hat{x}_j(k)$ , 称互协方差矩阵  $C_{ij} = \text{Cov}(\hat{x}_i(k), \hat{x}_j(k))$  为  $\hat{x}_i(k)$  和  $\hat{x}_j(k)$  的交叉协方差。所谓  $\hat{x}_i(k)$  和  $\hat{x}_j(k)$  存在误差的 (条件) 相关性, 是指  $C_{ij}(k) \neq 0$ 。

人们对相关性误差产生原因进行了分析研究。Bar Shalom 等<sup>[7,8]</sup>指出, 造成估计误差相关性的原因包括共同的过程噪声、特殊观测环境引起的传感器测量误差相关性、因反馈或冗余通信路径引起的共同先验估计/共用节点信息三个方面。

对于带反馈的层次分布式融合结构、对等分布式融合结构, 或者混合式分布式融合结构, 由于节点之间存在信息信息交换, 局部融合中心或全局融合中心都可能成为信息共用节点。

在融合理论的发展过程中, 经典的卡尔曼滤波理论与最优线性融合理论已臻成熟并长期占据主导地位。然而前者要求状态噪声、观测噪声与初始状态三者相互独立, 后者则要求各局部估计不相关或者互协方差完全已知。对于分布式估计融合, 未知的条件相关性已成为影响融合性能的主要因素之一, 因而必须寻求新的估计融合理论和方法。

### (2) 估计的相容性

假设  $m$  个传感器对目标状态  $x$  的估计分别为  $\hat{x}_i$ , 方差估计为  $P_i$ , 实际方差为  $\bar{P}_i$ ,  $i=1 \sim m$ 。如果  $P_i \geq \bar{P}_i$

(表示  $(P_i - \bar{P}_i)$  是半正定矩阵), 则称  $\hat{x}_i$  为  $x$  的相容估计 (consistent estimation)。如果融合估计  $\hat{x}$  是相容的, 则称对应的融合估计模型是相容的。

大多数基于贝叶斯或概率理论的传统滤波/融合算法, 需要更多、更严格的条件和假设, 例如要求是无偏估计。一致性准则可使算法具有更好的适应性。

### (3) 估计算法的收敛性

“收敛”一词一般用于描述滤波/融合算法在处理数据序列时所具有的稳态性能。特别地, 如果算法产生的估计序列趋近某个稳态值时, 称该算法是收敛的。CI 算法在方差最小准则下定义了更宽松的非发散性质, 与需要更严格条件保证的算法相比, 具有更大的应用价值。

## 2 分布式融合研究进展

### 2.1 协方差交融融合模型

在实际应用中, 局部估计的互协方差计算较繁杂, 在一般情况下甚至是不可行的。Julier<sup>[5]</sup>首次提出了一类可用于任意分布式系统的协方差交融融合算法。

一般形式的协方差交融算法可表示为优化问题:

$$\begin{aligned} & \min_{(\omega_1, \dots, \omega_m)} f(P_\omega) \\ & s.t.: \begin{cases} P_\omega^{-1} = \sum_{i=1}^m \omega_i P_i^{-1} \\ \sum_{i=1}^m \omega_i = 1; \omega_i \geq 0, i = 1 \sim m \end{cases} \end{aligned} \quad (3-1)$$

其中,  $f(\cdot)$  为优化目标函数, 通常取矩阵  $P_\omega$  的迹或行列式对数。

容易证明, 对于迹函数或行列式对数函数,  $f(\cdot)$  是关于  $\omega = (\omega_1, \dots, \omega_m)^T$  的凸函数, 且 CI 估计是相容 (一致) 的。经典 CI 算法的权系数计算与局部估计量无关, 融合方差是真实均方差矩阵的上界。

对 CI 的概念误解源自与卡尔曼滤波的比较。事实上二者处理的是两类不同的问题, 没有共同的比较基础。然而人们常说 CI 估计是保守的。这一断言只是在相应的假设条件不成立时才能得到解释。例如对于二源融合, CI 与卡尔曼滤波的比较见表 1。

表 1 卡尔曼滤波与 CI 算法的比较

局部估计的相关性	卡尔曼滤波	CI 融合
独立	最优	次优, 相容
相关	不相容	最优, 相容
部分相关	不相容	次优, 相容

为提高算法的计算效率, Niehsen[6]提出一种近似求解的快速 CI 算法:

$$\sum_i \omega_i = 1 \quad (3-2)$$

$$\omega_i tr(P_i) - \omega_{i+1} tr(P_{i+1}) = 0, \quad i = 1 \sim m-1 \quad (3-3)$$

求解得到

$$\omega_i = \frac{1}{tr(P_i)} \frac{1}{\sum_{j=1}^m \frac{1}{tr(P_j)}} \quad (3-4)$$

由于通常情况下 CI 估计是保守的, 人们提出了多种改进算法或快速算法, 主要包括:

(1) 集合论 CI 方法。由 Chong 与 Mori<sup>[1]</sup>提出, 通过定义一个依赖于被融合估计的附加权重因子, 为真实协方差不确定性定义了一个更严格的界限, 同时提供了 CI 具有滤波性质的自然解释。

(2) 快速 CI 算法。文献<sup>[7]</sup>提出了另一种可确定闭式解的快速 CI 方法, 同时考虑两个局部估计概率分布的 K-L 距离和各局部估计之间的距离来确定 CI 算法的凸组合系数。

(3) SCI 算法。SCI (Split Covariance Intersection) 是 CI 算法的一种推广形式, 该算法将每个局部估计的误差分解为两个相互独立的部分, 而卡尔曼滤波、CI 均可看做是 SCI 算法的特殊情形。SCI 可更好地利用部分相关性信息, 但是估计误差的分解需利用网络拓扑结构, 这往往难以实现; 同时融合估计需处理两个方差矩阵, 在某些应用中可能是难以容忍的。

(4) BCInf 算法。为降低 SCI 的计算开销, Reece 和 Roberts 提出了 BCInf (Bounded Covariance Inflation) 算法。该算法假定已知两个局部估计的交叉相关性的上界, 即

$$S^2 P_B \geq X_{AB}^T P_A X_{AB} \quad (3-5)$$

其中,  $X_{AB}$  是联合方差矩阵  $J = \begin{pmatrix} P_A & X_{AB} \\ X_{AB}^T & P_B \end{pmatrix}$  的非对角块矩阵。

同样的, KF 和 CI 分别是 BCInf 在  $S=0$  和  $S=1$  时的特殊情形。尽管形式上与 SCI 不尽相同, BCInf 可看作 SCI 融合公式的特例。

(5) Chernoff 算法。前述 CI 算法, 通常要求各传感器估计是无偏估计, 且是高斯分布的。文献[9]从信息理论角度对 CI 算法进行了分析, 指出 CI 算法可扩展到任意分布(概率密度函数)的情形, 并提出一种基于极小化 Chernoff 信息准则的融合模型:

$$p_{CF}(\bar{x}) = \frac{\prod_{i=1}^m p_i^{\omega_i}(\bar{x})}{\int \prod_{i=1}^m p_i^{\omega_i}(\bar{x}) d\bar{x}}, \quad \sum_{i=1}^m \omega_i = 1, \quad \omega_i \geq 0, i = 1 \sim m \quad (3-6)$$

相应的融合准则是 Chernoff 信息最小化:

$$C(p_1, \dots, p_m) = \min_{\substack{\omega_i \geq 0 \\ \sum \omega_i = 1}} \left[ -\log \int \prod_{i=1}^m p_i^{\omega_i}(\bar{x}) d\bar{x} \right] \quad (3-7)$$

对于两个传感器的情形, Chernoff 信息融合的物理意义可解释为: 选择一个分布, 使之到两个源分布的 K-L 距离(Kullback-Leibler divergence)相等。由于最优解的计算非常复杂, 文[7]提出一种基于 Bhattacharyya 或 K-L 距离度量的凸组合模型, 可得到类似式(3-4)的闭式解。仿真结果表明, 这种方法比经典 CI 算法具有更好的鲁棒性和融合精度。

## 2.2 其他研究进展

除上述分布式融合模型外, 人们还研究了各种 CI 改进算法、精确估计融合算法、最优分布式融合算法、稳健融合算法、多通道滤波等。

文献<sup>[15]</sup>对无记忆无反馈、无记忆部分信息反馈、无记忆全反馈和有记忆无反馈等四种情形下的精确估计融合算法, 并获得了一些有意义的结论: 对于无记忆融合, 反馈不利于融合精度; 对于有记忆融合, 无论有无反馈, 在全速率通信时均等价于集中式融合算法, 但通信速率降低时, 精确算法的融合精度受影响, 反馈可提高有记忆融合的精度。

文献<sup>[16]</sup>提出了两种等价于最优集中式融合的最优分布式融合算法, 对局部传感器到融合中心的通信要求小于或等于集中式融合结构和大多数已有分布式融合算法, 且不需要计算协方差矩阵的逆矩阵。

在实际应用中, 由于动态系统模型的不精确性, 噪声统计信息的不精确性, 不可预知的噪声环境等, 难以获得准确的估计误差协方差矩阵。文献<sup>[29]</sup>提出一种稳健融合算法, 在互协方差矩阵扰动(范数)有界的条件下, 将线性无偏估计融合可转化为等价的半正定规划问题。该模型可利用互协方差矩阵的先验信息, 但最终的融合估计结果与扰动范数界的准确性有关。一般来说, 仅当约束有效时, 其融合估计优于 CI 等分布式融合模型的估计结果。

Chee-Yee Chong 和 Shozo Mori<sup>[2]</sup>提出了一种适用于一般非线性融合估计的图模型方法, 并给出了目标跟踪、属性识别的例子。

对于 CI 及其改进融合模型, 要求各局部估计是一致的。而在实际应用中, 这种要求有时难以满足, 即使能够达到也难以给出判定准则和方法。为此文献<sup>[10]</sup>提出一种适用于局部估计不一致的协方差并(CU, covariance union)融合方法。该方法要求融合中心在融合前计算两个局部估计的马氏距离, 当马氏距离低于预定门限值时, 采用 CI 算法进行融合, 否则认为这两个局部估计不一致, 进而进行联合估计。

文献<sup>[11]</sup>将 CU 算法成功应用于无序量测问题(OOSM), 且指出可解决不确定时间延迟问题。文献<sup>[12]</sup>进

一步指出，对于二源融合问题，CU 算法有显式最优解；对于多源融合，CU 模型是一个 SDP 优化问题，算法较复杂，难以保证其实时性。

### 3 分布式融合算法改进及应用分析

#### 3.1 CI 估计的算法改进

从表面上看，式 (3-1) 是一个带约束条件的非线性凸优化问题，只能采用单纯形等优化算法<sup>[4]</sup>或者多项式时间复杂性的内点算法进行求解。前者无需计算目标函数的导数值，但通常只是线性收敛的；后者需引入很多辅助变量，计算量很大。计算方法上的复杂性，严重制约了 CI 算法的应用。

下述定理表明，当目标函数取迹函数时，存在显式的一、二阶导数表达式。

定理 1：对于 CI 融合问题 (3-1)，迹函数的一、二阶导数分别为

$$\frac{\partial tr(P)}{\partial \omega_i} = -tr(PP_i^{-1}P) \quad (4-1)$$

$$\frac{\partial^2 tr(P)}{\partial \omega_i \partial \omega_j} = tr[P(P_i^{-1}PP_j^{-1} + P_j^{-1}PP_i^{-1})P] \quad (4-2)$$

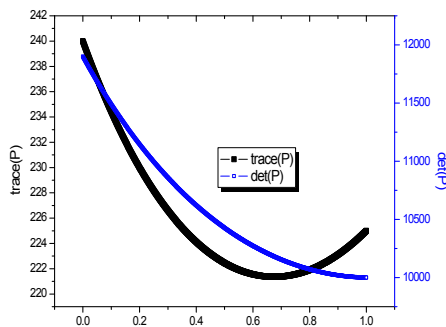
相应的最优性条件为 ( $1 \leq k \leq m$ )

$$\begin{cases} tr(P) - tr(PP_k^{-1}P) = 0 & \omega_k > 0 \\ tr(P) - tr(PP_k^{-1}P) \geq 0 & \omega_k = 0 \end{cases} \quad (4-3)$$

根据上述定理，在给定初始的凸组合系数之后，即可根据式 (4-3) 直接判断是否是最优解；根据式 (4-1) 和 (4-2)，可采用具有二次收敛性的高斯-牛顿算法或者超线性收敛的拟牛顿类算法进行计算。

对于两个传感器的估计融合，可简化为单变量的约束优化问题

$$\begin{aligned} \min f((\omega P_1^{-1} + (1-\omega)P_2^{-1})^{-1}) \\ s.t: 0 \leq \omega \leq 1 \end{aligned} \quad (4-4)$$



序号	$\omega$ 值	一阶导数值
1	0.500000000000	-12.7195229189
2	0.666582010796	-0.5693641155
3	0.674685456144	-0.0007657731
4	0.674696384122	-0.0000000013
5	0.674696384141	-0.0000000000

图 1 CI 算法的目标函数曲线

其中，目标函数通常取迹函数或行列式对数函数。

通过适当的矩阵分解，上述优化问题可转化为如下等价形式的单变量简单函数：

$$tr(P_\omega) = \sum_{j=1}^n \frac{c_j}{\omega + (1-\omega)d_j} \quad (4-5)$$

$$\log \det(P_\omega) = c_0 - \sum_{j=1}^n \ln[\omega + (1-\omega)d_j] \quad (4-6)$$

采用这种具有显式导数表达式的简化目标函数，可大大降低 CI 算法的计算复杂性。从图 1 给出的例子可以看出，通常仅需 3-5 次迭代；对于多传感器情形，达到同样计算精度所需的迭代次数，随局部估计数目的增加而增加。

### 3.3 椭球交融模型

如前所述，由于 CI 算法适用于任意互协方差未知的情形，两个局部估计的误差椭球交汇区域是融合协方差的上界，因而其估计结果往往偏于保守。KF（卡尔曼滤波）算法往往低估融合协方差，且不能保证估计的一致性。为此，文献<sup>[8]</sup>提出了一种最大椭球算法（Largest Ellipsoid, LE），通过引入最大内切椭球，稍微低估融合协方差，提高了融合性能，且避免了 KF 算法的不一致性。

文献<sup>[13]</sup>指出，LE 方法中对最大椭球的算法并不正确（结果严重退化），并提出 IEA 方法来弥补，即从内部寻找接近协方差交对应区域的椭球。但仿真结果表明，IEA 方法的融合精度提高有限（约 2%）。

众所周知，卡尔曼滤波可看做用贝叶斯滤波在误差为高斯分布时的特例。这一事实在教科书中作为一种有趣的说明被提出，但很多技术人员误认为卡尔曼滤波只能用于高斯分布情形。人们自然地想从贝叶斯理论的角度对分布式融合算法进行解释。

假设  $Z_i$  表示节点  $i$  的传感器测量集合（条件独立）。若用  $Z_i / Z_j$  表示  $Z_i$  中不包含与  $Z_j$  相同的测量的集合，则从集合的角度看，有

$$Z_1 \cup Z_2 = (Z_1 / Z_2) \cup (Z_2 / Z_1) \cup (Z_1 \cap Z_2) \quad (4-7)$$

在传感器测量条件独立的假设条件下，全部测量信息的融合结果（条件概率）为<sup>[2]</sup>：

$$p(x | Z_1 \cup Z_2) = M^{-1} \frac{p(x | Z_1)p(x | Z_2)}{p(x | Z_1 \cap Z_2)} \quad (4-8)$$

其中， $p(x | Z_1)$  和  $p(x | Z_2)$  分别表示局部融合节点 F1 和 F2 的状态估计的概率密度， $M$  是归一化常数。

由  $p(x | Z_1 \cap Z_2)$  表示的要“扣除”的节点共用信息出现在分母中。

对于高斯分布和线性观测方程的情形，上述基本融合方程成为：

$$\begin{cases} P^{-1} = P_1^{-1} + P_2^{-1} - \Gamma^{-1} \\ P^{-1}\hat{x} = P_1^{-1}\hat{x}_1 + P_2^{-1}\hat{x}_2 - \Gamma^{-1}\gamma \end{cases} \quad (4-9)$$

文献<sup>[4]</sup>从“共有信息的随机误差”角度考虑，根据极小化目标函数

$$f(\gamma) = (\gamma - \hat{x}_1)^T (P_1^{-1} - \Gamma^{-1})(\gamma - x_1) + (\gamma - x_2)^T (P_2^{-1} - \Gamma^{-1})(\gamma - x_2) \quad (4-10)$$

来确定未知向量  $\gamma$ ，这意味着融合结果偏向随机误差小的局部估计。剩下的问题就是共有信息误差方差  $\Gamma$  的确定。

根据共用信息最大化的融合准则， $\Gamma$  的确定可等价地表示为优化问题

$$\begin{aligned} & \min \log |\Gamma| \\ & s.t: \Gamma \geq P_1, \Gamma \geq P_2 \end{aligned} \quad (4-11)$$

作正交分解

$$P_1 = LAL^T, \quad A^{-1/2}L^{-1}P_2L^{-T}A^{-1/2} = QDQ^T$$

其中,  $L$ 、 $Q$  为正交矩阵,  $A = \text{diag}(a_k)$ ,  $D = \text{diag}(d_k)$ 。则式 (4-10) 等价于

$$\begin{aligned} \min \log |LA^{1/2}QBQ^T A^{1/2}L^T| &\equiv \log |B| + \log |P_1| \\ \text{s.t. } B &\geq I, B \geq D \end{aligned} \quad (4-12)$$

如图 3 所示, 容易证明上述极小化问题的最优解为  $\Lambda = \text{diag}(\max(d_k, 1))$ , 表示包含单位球  $E_I$  和椭球  $E_D$  的体积最小的椭球。据此可得到式 (4-10) 的最优解

$$\Gamma_{opt} = LA^{1/2}Q\text{diag}(\max(d_k, 1))Q^T A^{1/2}L^T \quad (4-13)$$

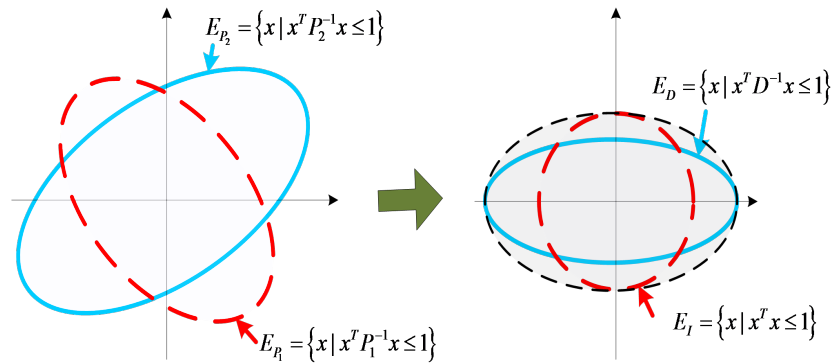


图 2 椭球交融合原理示意图

与协方差交模型相比, 椭球交模型不需迭代计算, 通过矩阵分解即可获得最优解, 且能获得更紧的误差上界, 因而其融合精度要好于 CI 的融合精度。然而 EI 模型不能推广到多传感器的情形。

## 4 结束语

分布式估计融合是未来网络中心战环境下多源状态估计融合的关键技术。本文重点对相关未知情形下的分布式融合模型算法进行了归纳总结, 包括多源 CI 算法的最优性条件、转换后的简化二源 CI 计算公式、基于行列式对数目标函数的 EI 算法等最新理论研究成果。国内在该方面仅有少量理论研究, 还有一些尚未解决的问题, 例如存在未知系统误差和粗差点时的多源融合、异维分布式融合等, 有待进一步深入研究。

### 参考文献:

- [1]Chong.C.Y., Mori.S.Convex combination and covariance intersection algorithms in distributed fusion [C]//Proceedings of the 4th International Conference of Information Fusion,vol.1, Montreal, QC, Canada, Aug, 2001, WeA2.11-WeA2.18.
- [2]Chong C, Mori S. Graphical Models for nonlinear distributed estimation.
- [3]Y. M. Zhu, Multisensor decision and estimation fusion. Boston: Academic Publishers, 2003.
- [4]赵宗贵, 熊朝华, 王珂, 许阳等, 信息融合概念、方法与应用, 国防工业出版社, 2012 年 11 月。
- [5]Julier.S,Uhlhaman.J,General decentralized data fusion with covariance intersection [C]Handbook of Multisensor Data Fusion,Boca Raton,CRC Press,2001.
- [6]Wolfgang Niehsen, Robert Bosch GmbH, Information Fusion based on Fast Covariance Intersection Filtering. ISIF© 2002,p901-904,From IEEE Xplore.

- [7] Yimin Wang, X. Rong Li, A Fast and Fault-Tolerant Convex Combination Fusion Algorithm under Unknown Cross-Correlation, 12th International Conference on Information Fusion, Seattle, WA, USA, July 6-9, 2009, p571~578.
- [8] A.R., Benaskeur, Consistent fusion of correlated data sources, in Proc Decision Support Syst. Sect., Defence Res. & Dev., Val-Blair, Que., Canada, pp. 2652-2656, 2002.
- [9] M.B.Hurley. An information theoretic Justification for Covariance Intersection and Its Generalization [C]//Proc.Fifth int'l Conf. Information, 2002:505-511
- [10] J.K.Uhlmann, Covariance Consistency Methods for Fault Tolerant Distributed Data Fusion. Information Fusion, 2003, 4:201~215
- [11] S.J.Julier, J.K. Uhlmann. Fusion of time delayed measurements with uncertain time delays [C]//The Proceedings of the American Control Conference, 2005:4028~4033
- [12] O.Bochardt, R.Callhoun, J.K,Uhlmann, et al. Generalized Information Representation and Compression Using Covariance Union, 2006 9th International Conference on Information Fusion, 2006:1~7
- [13] Yan Zhou, Jianxun Li, Data Fusion of Unknown Correlations using Internal Ellipsoidal Approximation, Proceedings of the 17th World Congress, The International Federation of Automatic Control, Seoul, Korea, July 6-11, pp. 2856-2860, 2008
- [14] J. Sijs, M. Lazar and P.P.J.v.d. Bosch, State fusion with unknown correlation: Ellipsoidal intersection, Proceedings of the 2010 American Control Conference, Baltimore, Maryland, USA, pp. 3992~3997, 2010
- [15] X.Tian, Y.Bar-Shalom. Exact algorithms for four track-to-track fusion configurations: All you wanted to know but were afraid to ask [C]//Proc. 12<sup>th</sup> Int. Conf. Information Fusion, Seattle, WA, Jul. 6~9, 2009:537~544.
- [16] ZhanSheng Duan, Li X.R. Lossless Linear Transformation of Sensor Data for Distributed Fusion [C]//Signal Proceeding, IEEE Transactions on, 2011, 59(1):362~372.